

## **Análisis experimental de la conducta aritmética: Componentes de dos clases de respuestas en problemas ariméticos de suma**

*Experimental Analysis of Arithmetic Behavior: Components of two Response Classes in Addition Problems*

**Vicente García Hernández y Ely Rayek**

Universidad Nacional Autónoma de México.

### **RESUMEN**

Se empleó un diseño intra e intersujeto para estudiar la generalización de respuestas en problemas aritméticos de suma que requerían, o no, "llevar" decenas, centenas o millares de una columna a otra. Los resultados mostraron que: a) la generalización dentro de la misma clase de problemas ocurrió tanto en los problemas que requerían "llevar" como en los que no lo requerían, b) la generalización dentro de la misma clase de respuestas también se observó cuando se cambió el formato de presentación de los problemas de suma, y c) que los sujetos a los que primero se les adiestró en problemas que requerían "llevar" de una columna a otra, fueron capaces de resolver problemas que no lo requerían, a pesar de no haberseles adiestrado específicamente para este efecto. El caso contrario no se observó. Estos hallazgos se analizan en términos de los componentes que distinguen una clase de respuesta aritmética de otra.

**DESCRIPTORES:** conducta aritmética, clases de respuestas aritméticas, sumas aritméticas, generalización, niños escolares.

### **ABSTRACT**

*An inter and intrasubject design was used to study response generalization in addition arithmetic problems that required, or not required, "carrying" tenths, hundredths, or thousandths from one column to the next. The results showed that: 1) generalization within the same class ocurred for both problems that required, and not required, "carrying" from one column to the next, 2) generalization within the same class was also observed when the format*

*presentation of the addition problems was changed, and 3) that subjects who were initially trained on problems that required "carrying" from one column to the next were able to solve problems that did not require it, even though they were not specifically trained to do it. The opposite was not observed. These findings were analyzed in terms of the components that distinguish one arithmetic response class from another.*

*DESCRIPTORS: arithmetic behavior, arithmetic response classes, addition problems, generalization, school children.*

El análisis experimental y funcional de la conducta aritmética ha incluido: la identificación de los componentes de la conducta aritmética (Ferster y Hammer, 1975; Resnick, Wang y Kaplan, 1973; Parsons, 1976), el conteo (Schoenfeld, Cole y Sussman, 1976), los efectos de programas de reforzamiento (Lovitt y Esveldt, 1970), los efectos de la manipulación de eventos antecedentes sobre la tasa de respuesta (Lovitt y Curtiss, 1968; Parsons, 1972), y la generalización de respuestas en problemas aritméticos de suma (García, Lugo y Lovitt, 1976), y de resta (Lovitt y Curtiss, 1968).

La conducta aritmética, como conducta verbal, está mantenida por reforzadores generalizados mediados por otra persona, específicamente adiestrada para reforzar esta clase de conducta (Skinner, 1957). Básicamente, la conducta aritmética puede describirse y analizarse en términos de tres clases de operantes: a) respuestas de tipo tactual controladas por la numerosidad de objetos, lo cual constituye el estímulo no verbal al que se asocia una respuesta determinada, por ejemplo, contar; b) respuestas de tipo textual controladas por estímulos verbales visuales, tales como símbolos numéricos (números) y/o palabras; y c) respuestas de tipo intraverbal que no muestran una correspondencia punto a punto con el estímulo verbal que establece la oportunidad para que se emitan, por ejemplo, la agrupación de números: operaciones como cinco por cinco, cinco más cinco, etc. Esta respuesta intraverbal se deriva comúnmente de respuestas tactuales y textuales. Subyacentes a estos aspectos se encuentra un proceso de encadenamiento de interacciones, en donde cada respuesta produce las condiciones necesarias para aumentar la probabilidad de ocurrencia de la siguiente respuesta; la respuesta terminal produce el reforzador que mantiene toda la cadena (Parsons, 1976).

El estudio de las clases de respuestas es esencial en conducta aritmética para confirmar a ésta como conducta operante; la definición de la clase de respuesta podría ser en términos de: a) los componentes de la misma que se requieren para resolver problemas aritméticos; y b) la demostración de la dependencia funcional entre respuestas con respecto a las contingencias que actúan sobre una de ellas, o un tipo específico de problemas aritméticos.

García, Lugo y Lovitt (1976), realizaron un estudio que consistió de dos experimentos en los que se estudió la generalización de respuestas en

problemas aritméticos de suma. En el primer experimento se observó la generalización de respuesta dentro de la misma clase, como efecto de la presentación simultánea de los procedimientos de instrucción y realimentación (conocimiento inmediato de los resultados). Se emplearon dos tipos de problemas aritméticos de suma: *a*) los que requerían llevar decenas a sumar de una columna de números a otra (dos más dos dígitos), y *b*) los que no requerían llevar (dos más dos, tres más tres y cuatro más cuatro dígitos).

Los procedimientos antes citados se aplicaron exclusivamente a los problemas de dos más dos dígitos, sin llevar, observándose un incremento de respuestas correctas en todos los problemas de esta clase. La ejecución de los sujetos en los problemas que requerían llevar fue de cero durante toda la condición de instrucción y retroalimentación.

En el segundo experimento emplearon problemas aritméticos de suma de dos más dos, tres más tres, cuatro más cuatro y cinco más cinco dígitos, que requerían llevar (decenas, centenas, millares y decenas de millar). Los procedimientos de instrucción y retroalimentación se aplicaron exclusivamente a los problemas de cuatro más cuatro dígitos y se observó un incremento de respuestas correctas en los cuatro tipos de problema. Los resultados generales del estudio muestran que la generalización de respuestas sólo se presentó dentro de la misma clase: no se observó generalización a través de clases de respuestas: de no llevar a llevar.

Sin embargo, el diseño de este estudio no contempló la evaluación de los efectos del adiestramiento en problemas de suma que requerían llevar, sobre aquellos que no lo requerían. El presente estudio tuvo como propósito explorar ese problema.

## MÉTODO

*Sujetos:* Participaron en el estudio tres niñas y tres niños cuyas edades fluctuaban entre los seis y ocho años de edad. Los sujetos cursaban el primer año de educación primaria en una escuela pública de la ciudad de México. Se seleccionaron porque sabían contar oralmente y escribir del uno al veinte. Se asignaron al azar a dos grupos: el primer grupo se integró por los sujetos 1, 2 y 3; el segundo grupo se integró por los sujetos 4, 5 y 6.

*Escenario:* El experimento se realizó en un salón (8 × 12 mts), de múltiples usos de la misma escuela, el cual contenía varios pupitres, una mesa con sillas y varios estantes.

*Materiales:* Para la evaluación del repertorio de entrada se emplearon los siguientes materiales: lápices, semillas (frijoles), y un inventario de conductas precurrentes de aritmética. Este inventario se incluyó con objeto de comparar el repertorio de entrada de cada sujeto con los resultados de su ejecución a lo largo de las fases experimentales.

Durante el experimento se emplearon los siguientes materiales: lápices y dos clases de problemas aritméticos de suma. Una clase contenía problemas que no requerían llevar decenas, centenas, etc. de una columna de números a otra; específicamente:

Cinco problemas de dos columnas y dos filas de dígitos: 
$$\begin{array}{r} 25 \\ + 43 \\ \hline \end{array}$$
 , tipo 1.

Cinco problemas de tres columnas y dos filas de dígitos: 
$$\begin{array}{r} 563 \\ + 236 \\ \hline \end{array}$$
 , tipo 2.

Cinco problemas de cuatro columnas y dos filas de dígitos: 
$$\begin{array}{r} 4765 \\ + 2234 \\ \hline \end{array}$$
 , tipo 3.

La otra clase contenía problemas que requerían llevar decenas, centenas y millares a sumar de una columna de números a otra, específicamente:

Cinco problemas de dos columnas y dos filas de dígitos: 
$$\begin{array}{r} 86 \\ + 75 \\ \hline \end{array}$$
 , tipo 1.

Cinco problemas de tres columnas y dos filas de dígitos: 
$$\begin{array}{r} 875 \\ + 358 \\ \hline \end{array}$$
 , tipo 2.

Cinco problemas de cuatro columnas y dos filas de dígitos: 
$$\begin{array}{r} 7479 \\ + 6854 \\ \hline \end{array}$$
 , tipo 3.

Se empleó otro formato de presentación (vertical) de las sumas a fin de evaluar la generalización de respuestas a partir del adiestramiento en problemas con un formato de presentación horizontal. Los problemas en formato vertical sólo se emplearon en las últimas sesiones del estudio y se dividieron en dos clases: a) las que no requerían llevar decenas a sumar de una columna de números a otra; específicamente:

a1) Cuatro problemas de una columna con tres dígitos: 
$$\begin{array}{r} 1 \\ + 5 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

a2) Cuatro problemas de dos columnas con tres filas: 
$$\begin{array}{r} 73 \\ + 13 \\ 12 \\ \hline \end{array}$$

a3) Cuatro problemas de dos columnas con cuatro filas: 
$$\begin{array}{r} 43 \\ + 21 \\ 22 \\ 13 \\ \hline \end{array}$$

a4) Cuatro problemas de una columna de tres dígitos (cuyo resultado era mayor de 10 y menor de 21):	8
	+ 5
	4

y b) las que requerían llevar decenas a sumar de una columna de números a otra:

b1) Cuatro problemas de dos columnas con tres filas:	38
	+ 84
	42

b2) Cuatro problemas de dos columnas con cuatro filas:	52
	+ 35
	82
	28

Todos los problemas aritméticos fueron obtenidos de un banco generado por computadora (De la Garza, 1976). La selección de cada problema fue hecha al azar y nunca se repitió un mismo problema en un mismo sujeto.

*Definición y registro de la conducta:* La respuesta de sumar se definió como la adición de cantidades numéricas. Se registraba si el resultado era correcto, incorrecto o si se omitía (cuando el sujeto colocaba una línea horizontal en el lugar correspondiente al resultado de la suma).

*Confiabilidad:* Un observador y el experimentador calificaron en forma independiente la hoja de respuestas de cada sujeto. La fórmula que se utilizó para calcular el índice de confiabilidad fue la siguiente:

$$\frac{\text{número de acuerdos}}{\text{número de acuerdos} + \text{número de desacuerdos}} \times 100$$

*Definición de variables:* La variable independiente fue la presentación de ejemplos para la solución de problemas aritméticos de suma que requerían, o no, llevar decenas a sumar de una columna de números a otra. Se aplicó solamente en los problemas de dos filas con dos columnas de dígitos. La variable dependiente fue el porcentaje de respuestas correctas, incorrectas y de omisión en los dos tipos de problemas aritméticos de suma (los que requerían llevar y los que no requerían llevar decenas, etc. a sumar de una columna a otra); así como el número de sesiones empleadas para satisfacer el criterio de adquisición en las dos secuencias de fases.

*Diseño Experimental:* Se empleó un diseño de reversión con dos diferentes clases de problemas aritméticos y con controles intra e intersujetos:

GRUPO I: A - B - A - B - A' - C - A' - C - A''

GRUPO II: A - C - A' - C - A - B - A - B - A''

En donde:

- A. Línea base de problemas de suma que no requerían llevar.
- B. Administración de instrucciones respecto a un ejemplo de suma de dos columnas y dos filas de dígitos que no requerían llevar.
- A', Línea base de problemas de suma que requerían llevar.
- C. Administración de instrucciones respecto a un ejemplo de un problema de suma de dos columnas y dos filas de dígitos que requerían llevar.
- A'', Línea base de problemas de suma que requerían, o no, llevar, en formato vertical.

## PROCEDIMIENTO

Antes de iniciar las fases experimentales y una vez seleccionados los sujetos se realizó la evaluación del repertorio de entrada de cada uno de ellos.

La evaluación se hizo de manera individual y oralmente se les pedía que realizaran las tareas que se indicaban en el inventario. Cuando los sujetos no entendían las tareas que debían realizar, el experimentador repetía las instrucciones. No se aplicó ninguna consecuencia a la ejecución de las mismas. Al finalizar la aplicación del inventario se les dio las gracias por su cooperación y se les condujo de regreso a su salón. El inventario se aplicó dos veces, uno cada día. Además, se indicó a los padres y maestros de los sujetos que no les dieran ningún tipo de instrucción aritmética.

Se realizaron dos sesiones diarias por las mañanas, de lunes a viernes. Cada sesión consistió en 15 problemas como los descritos en la sección de materiales, de acuerdo al diseño específico al que se sometería a cada sujeto.

Los procedimientos específicos de cada fase fueron los siguientes:

*Fase A: línea base de problemas de suma que no requerían llevar.* Se presentó a cada sujeto una hoja con los problemas a resolver; las instrucciones fueron las siguientes: "Te voy a dar una hoja que tiene cuentas de suma; resuélvelas. Las cuentas que no sepas contestar, pónles una raya abajo (el experimentador le señaló el lugar correspondiente al resultado de la suma)". Una vez terminadas las instrucciones, el experimentador permaneció a un lado del sujeto, sin establecer interacción alguna con él; cuando el sujeto le hacía alguna pregunta el experimentador se concretaba a repetirle las instrucciones descritas anteriormente. Cuando el sujeto terminaba de contestar los problemas, el experimentador le decía: "Gracias por tu cooperación", recogía la hoja con los problemas (para ser calificada y confiabilizada posteriormente) y conducía al sujeto a su salón de clases.

La duración de esta fase fue de tres sesiones; sólo los sujetos que obtuvieron cero respuestas correctas pasaron a las siguientes fases del estudio.

*Fase A': línea base de problemas de suma que requerían llevar.* Se administraron los mismos procedimientos que en la fase anterior, pero con problemas de suma que sí requerían llevar.

*Fase B: administración de instrucciones respecto a un ejemplo de suma de dos columnas y dos filas que no requería llevar.* Se realizó al principio de cada sesión de esta fase. El experimentador escribía un problema (por ejemplo, 53) sobre una tarjeta y le decía al sujeto:

$$+ 24$$

Paso 1: "Te voy a enseñar a sumar: mira aquí (le señaló la columna de números de la derecha), siempre debes comenzar a sumar por este lado. Se comienza a sumar de arriba para abajo (señalándole el orden en que se suma) y el resultado se pone aquí abajo de la columna (señalándole el lugar correspondiente al resultado)".

Paso 2. A continuación el experimentador le preguntaba al sujeto, señalándole el número superior de la columna de la derecha "¿Qué número es éste?"; si decía un número incorrecto, le decía: "Fíjate bien, dime: ¿qué número es? Si decía el número correcto le decía: "Más éste (señalándole el número a sumar)". Si su respuesta era incorrecta o no respondía en un tiempo de 5", le decía: "Entonces este número de arriba es... (3); más este de abajo... (4). Ahora enséñame cuatro de tus dedos; el número de arriba es 3; más éste (señalaba uno de sus dedos) son cuatro, más éste (señalando el dedo siguiente) son cinco, y así hasta señalar los cuatro dedos. Seguidamente el experimentador le decía: "Ahora escribe aquí el resultado (señalándole el lugar correspondiente)".

Paso 3. A continuación el experimentador le decía que hiciera lo mismo con la otra columna, instigándolo como en el Paso 2 en caso de que cometiera algún error. En seguida retiraba la tarjeta y le daba la hoja con los problemas a resolver. A partir de este momento, se siguieron los mismos procedimientos de línea base. Esta fase se dio por terminada cuando la precisión de las respuestas del sujeto fue de 100% en dos sesiones consecutivas, en las sumas de dos columnas y cuatro filas que no requerían llevar.

*Fase C: instrucciones respecto a un ejemplo de suma de dos columnas y dos filas que requerían llevar.* Se realizaba al principio de cada sesión de esta fase; el experimentador escribía un problema de suma, (por ejemplo 87) sobre una tarjeta de papel y le decía al sujeto:

$$+ 65$$

Paso 1. "Te voy a enseñar a sumar. Mira aquí (le señalaba la suma), siempre debes comenzar a sumar por este lado (le señalaba la columna de números de la derecha); se comienza a sumar de arriba para abajo (señalándole el orden en que se suma) y el resultado de la suma se pone

aquí abajo de la columna (señalándole el lugar correspondiente al resultado)".

Paso 2. A continuación el experimentador señalaba el número superior de la columna de la derecha y le preguntaba al sujeto: "¿Qué número es éste?", si decía un número incorrecto le decía: "Fíjate bien, ¿qué número es éste?"; si le decía el número correcto le decía: "Más éste "señalándole el número a sumar. Si su respuesta era incorrecta o no respondía en un tiempo de 5"; el experimentador decía: "Entonces, este número de arriba es... (7), más este de abajo... (5). Enséñame cinco de tus dedos; el número de arriba es 7, más éste (le señaló uno de sus dedos), son 8, más éste (señalando el dedo siguiente) son 9, y así sucesivamente hasta haber contado los cinco dedos. Continuaba: "El resultado tiene dos números, el uno y el dos. Escribe aquí (señalando el lugar del resultado) el número dos y el uno (le tocaba un dedo) lo vamos a sumar a este número (le señalaba el número superior de la columna de la izquierda) y dime, ¿Qué número es éste?". Si, como en el ejemplo, es 8 y lo decía correctamente, el experimentador le decía: "Más uno que llevamos (le volvía a tocar un dedo) son 9. Más éste número de abajo (6), ¿Cuánto es?". Si su respuesta era correcta, el experimentador le decía: "Enséñame seis dedos". Si era incorrecta su respuesta el experimentador lo corregía cogiéndole el número de dedos que indicaba el dígito y le decía: "Entonces ¿Qué número es éste? (8)"; una vez que lo decía, el experimentador le decía: "más uno que llevamos son 9, más uno (le señalaba uno de sus dedos) son 10, más uno... etc.", hasta terminar.

Paso 3. Una vez que decía oralmente el resultado el experimentador le decía: "Escribe aquí el resultado", señalándole el lugar respectivo. Una vez concluida la suma le preguntaba: ¿Cuál fue el resultado?", y una vez que respondía, el experimentador le decía: "Este resultado también tiene dos números, pero como no hay más columnas de números a sumar, escríbelo aquí (señalándole el lugar correspondiente)". A continuación el experimentador retiraba la tarjeta y le daba la hoja con los problemas a resolver; a partir de ese momento se hizo lo mismo que en línea base. Esta fase se dio por terminada cuando la precisión del sujeto fue de 100% de respuestas correctas, en dos sesiones consecutivas, en sumas de dos columnas y dos filas que requerían llevar.

*Fase A'*: línea base de problemas de suma que requerían, o no, llevar, en formato vertical. Los procedimientos de esta fase fueron idénticos a los de todas las líneas base; la única diferencia consistió en el formato en que fueron presentados los problemas de suma: con una y dos columnas y hasta con cuatro filas.

## RESULTADOS

Se puede ver en las figuras 1, 2 y 3 que los resultados obtenidos en los tres sujetos del grupo I son bastantes similares ante los tres tipos de pro-



		FASES EXPERIMENTALES										
G R U P O	I	A	B	A	B	A'	C	A'	C	A''	TOTALES	
		SUJETO 1	3	2	2		3	10	2		2	24
		SUJETO 2	3	5	2		3	5	2		2	22
		SUJETO 3	3	3	2		3	5	3		2	21
NUMERO DE SESIONES POR FASE EXPERIMENTAL												

		FASES EXPERIMENTALES										
G R U P O	II	A'	C	A'	C	A	B	A	B	A''	TOTALES	
		SUJETO 4	3	23	2		3				2	33
		SUJETO 5	3	21	2		3				2	31
		SUJETO 6	3	7	2	4	4				2	22
NUMERO DE SESIONES POR FASE EXPERIMENTAL												

blemas. Durante la línea base A se observó un cero por ciento de respuestas correctas en los tres sujetos; cuando se dio instrucción para resolver sumas que no requerían llevar (Fase B) se observó un incremento gradual a 100% en los sujetos 2 y 3 y un incremento súbito en el sujeto 1. Durante la readministración de los procedimientos de la fase de línea base (A) los porcentajes de respuestas correctas se mantuvieron dentro de un rango de 80 a 100. Por tanto, no se reinstaló por segunda vez la fase B y se prosiguió a la administración de los procedimientos de línea base con sumas que requerían llevar (fase A'). Durante esta fase la precisión de las respuestas correctas de los sujetos fue de cero por ciento en los tres sujetos y ante los tres tipos de suma. Cuando se administraron los procedimientos de instrucción a problemas que sí requerían llevar (fase C), la precisión de los sujetos 1 y 2 en esta clase de sumas gradualmente incrementó hasta alcanzar el criterio de 100%. El sujeto 3 tuvo un incremento de cero a 80% de la última sesión de la fase de línea base (A') a la primera sesión de ésta (C), aunque sólo en las columnas del tipo 1 (dos más dos dígitos que requerían llevar). Con excepción del sujeto 2 en las

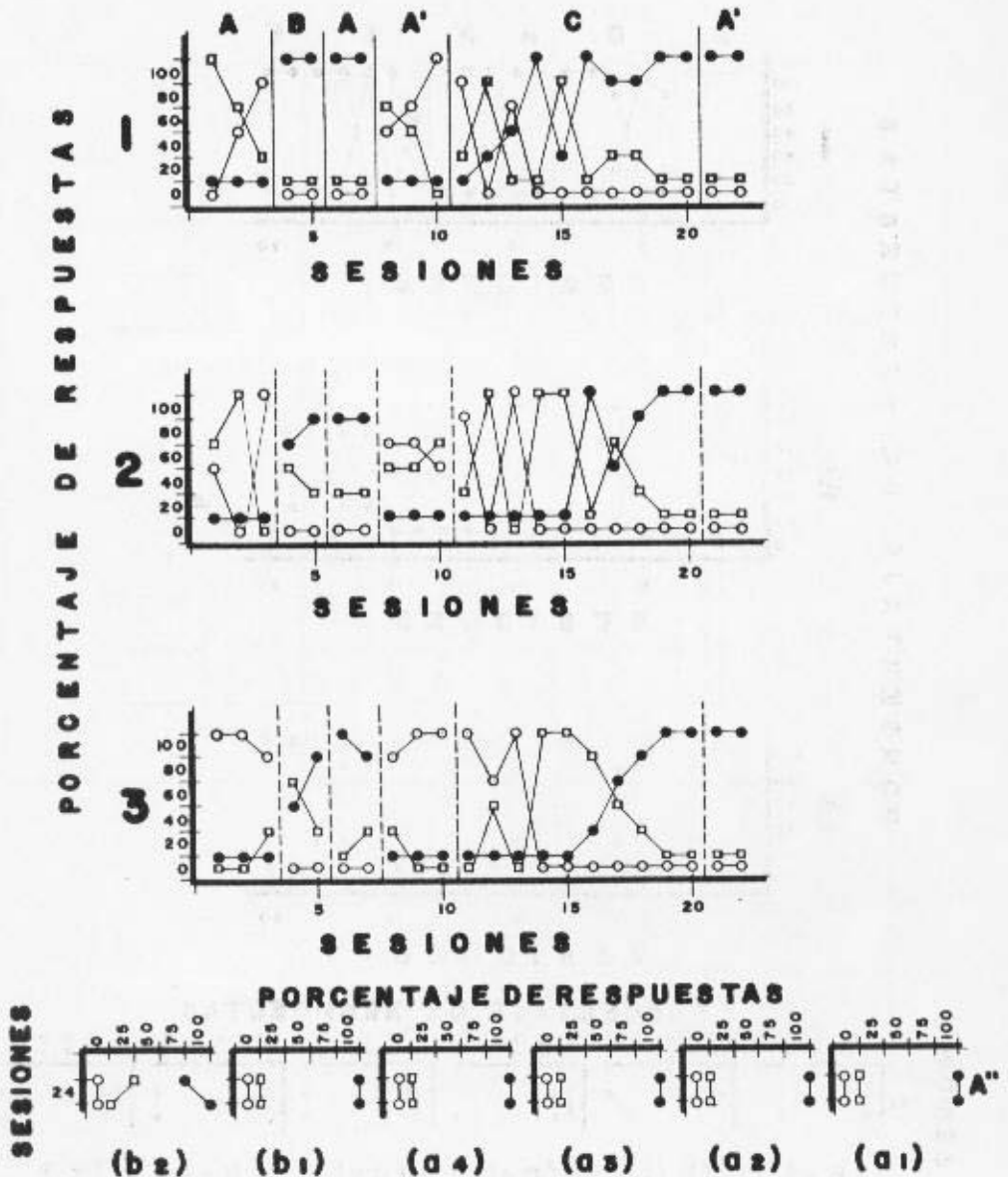


Fig. 1. Porcentajes de respuestas correctas ( — ), incorrectas ( — ) y de omisión ( — ) del sujeto 1 ante los siguientes tipos de sumas (de formato horizontal): de dos filas con dos (1), tres (2) y cuatro (3) columnas de dígitos. En las fases A-B-A fueron sumas que no requerían llevar y en las fases A'-C-A' si requerían llevar. En la fase A'' (sumas de formato vertical) las sumas que no requerían llevar fueron de una columna con tres dígitos (a1), dos filas con tres (a2) y cuatro (a3) filas de dígitos; además, las de una columna con tres dígitos (a4) cuya suma era mayor de 10. Las sumas que si requerían llevar fueron las de dos columnas con tres (b1) y cuatro (b2) filas de dígitos.

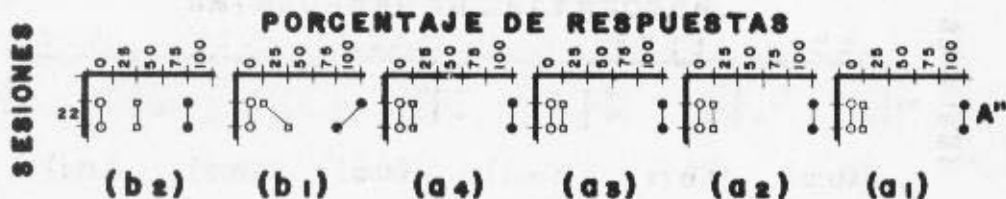
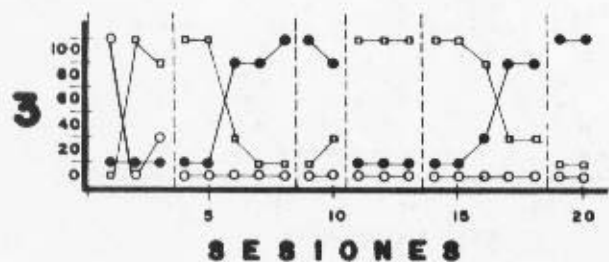


Fig. 2. Porcentajes de respuestas correctas ( — ), incorrectas ( — ), y de omisión ( — ) del sujeto 2 ante los siguientes tipos de sumas de formato horizontal: de dos filas con dos (1), tres (2), y cuatro (3) columnas de dígitos. En las fases A-B-A fueron sumas que no requerían llevar; en las fases A'-C-A' eran sumas que sí requerían llevar. En la fase A'' (sumas de formato vertical), las sumas que no requerían llevar fueron de una columna con tres dígitos (a1), dos columnas con tres (a2) y cuatro (a3) filas de dígitos; además, las de una columna con tres dígitos (a4) cuya suma era mayor de 10. Las sumas que sí requerían llevar fueron las de dos columnas con tres (b1) y cuatro (b2) filas de dígitos.

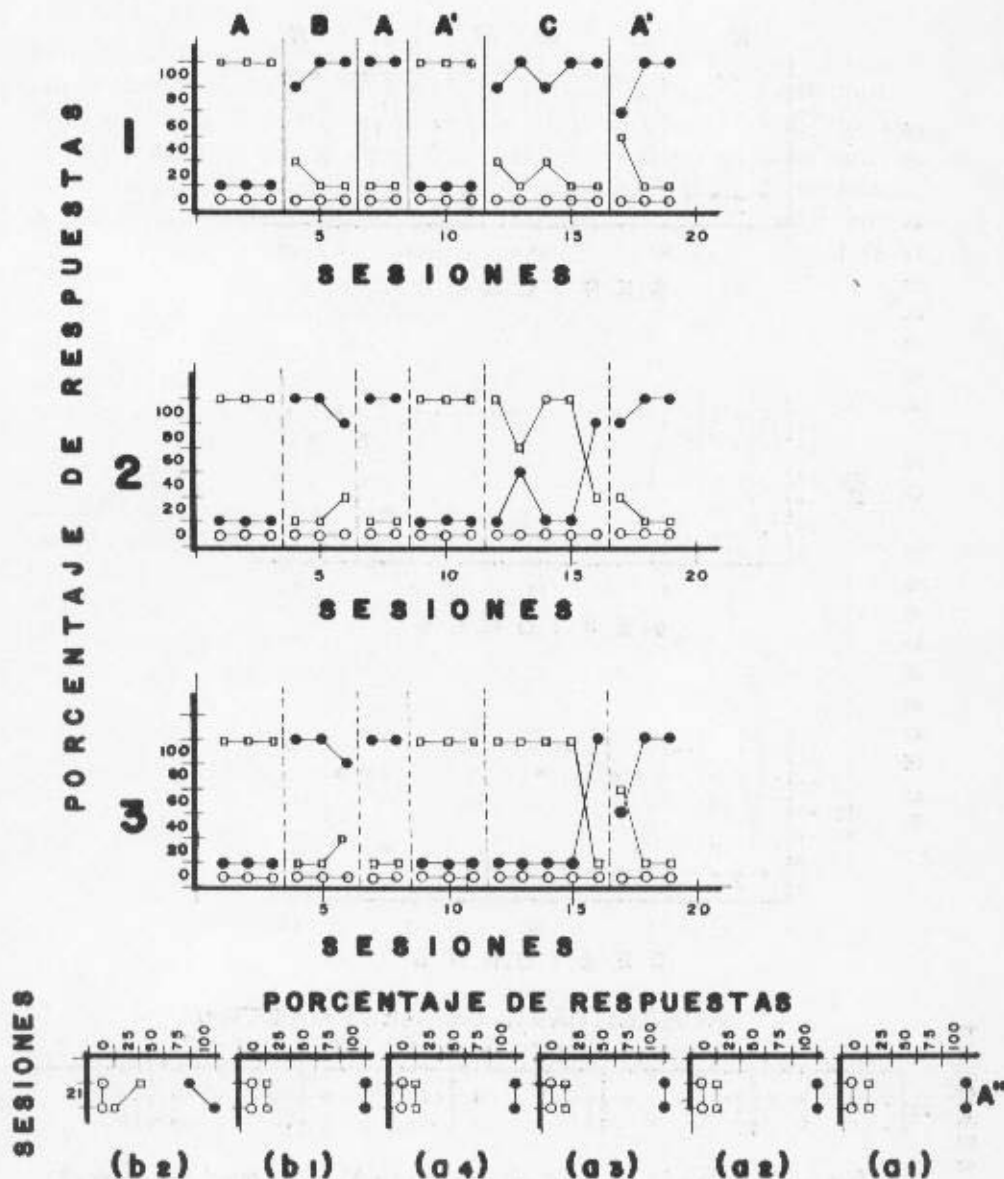


Fig. 3. Porcentajes de respuestas correctas (—), incorrectas (○) y de omisión (—) del sujeto 3 ante los siguientes tipos de sumas (de formato horizontal): de dos filas con dos (1), tres (2) y cuatro (3) columnas de dígitos. En las fases A-B-A fueron sumas que no requerían llevar, y en las fases A'-C-A' si requerían llevar. En la fase A'' (sumas de formato vertical), las sumas que no requerían llevar fueron de una columna con tres dígitos (a<sub>1</sub>), dos columnas con tres (a<sub>2</sub>) y cuatro (a<sub>3</sub>) filas de dígitos; además, las de una columna con tres dígitos (a<sub>4</sub>) cuya suma era mayor de 10. Las sumas que si requerían llevar fueron las de dos columnas con tres (b<sub>1</sub>) y cuatro (b<sub>2</sub>) filas de dígitos.

sumas del tipo 2 (tres más tres dígitos, llevando), la reinstalación de los procedimientos de línea base (A') no produjeron decremento alguno en la precisión de los sujetos: se mantuvo en 100%. La reinstalación, por segunda vez, de la fase C no se llevó a cabo en virtud de la ausencia de decrementos en la precisión de los sujetos durante la fase anterior (A').

Finalmente, la precisión obtenida por todos los sujetos en todas las sumas con formato vertical, de ambas clases (que requerían llevar, o no), y de los varios tipos, varió entre el 75 y 100%.

La ejecución de los tres sujetos del segundo grupo se observa en las figuras 4, 5 y 6. Su precisión durante la fase de línea base con problemas que requerían llevar (A') fue de cero por ciento en todos los tipos de problema. Cuando se administraron instrucciones acerca de problemas de esta clase (que requerían llevar; fase C), se observó un incremento gradual hasta 100% en la precisión de los tres sujetos, pero no ante todos los tipos de problemas (véanse sujetos 4 y 5 en los problemas tipos 2 y 3). La segunda administración de los procedimientos de línea base (A') no decrementó la precisión de la ejecución de los sujetos 4 y 5, por el contrario, la incrementó. La precisión del sujeto 6 decrementó en 20% ante las sumas de tipo 1, razón por la cual sólo a él se le administraron por segunda vez los procedimientos de la fase C, en la que se observó un inmediato incremento al criterio de 100% de precisión en dos sesiones consecutivas.

La precisión de los sujetos durante la primera administración de la línea base con sumas de la clase que no requerían llevar (A), fue del 100% en los tres sujetos, ante los problemas de tipo 1. En las sumas del tipo 2 y 3 fue de 100% en los sujetos 4 y 5 y varió entre 80 y 100% en el sujeto 6. En vista de estas altas precisiones, durante esta fase de línea base, y por razones obvias, no se administraron a este grupo el resto de las fases de esta secuencia.

## ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

Los resultados de la presente investigación muestran importantes diferencias en la ejecución de los sujetos de ambos grupos ante las diferentes clases de suma, en términos del número de sesiones empleadas para satisfacer el criterio de adquisición.

Estas diferencias no estuvieron relacionadas con el repertorio de entrada de cada sujeto, sino con el tipo de sumas que se adiestraron primero.

Los sujetos que primero aprendieron a resolver problemas que requerían llevar de una columna a otra pudieron resolver, sin algún tipo de adiestramiento específico previo, problemas de suma que no requerían llevar de una columna a otra. Lo contrario no se presentó.

La interpretación de estos datos se puede hacer en términos de cadenas de respuestas (Parsons, 1976). A partir de este marco conceptual se puede ver que las sumas que no requieren llevar se inician con el dígito

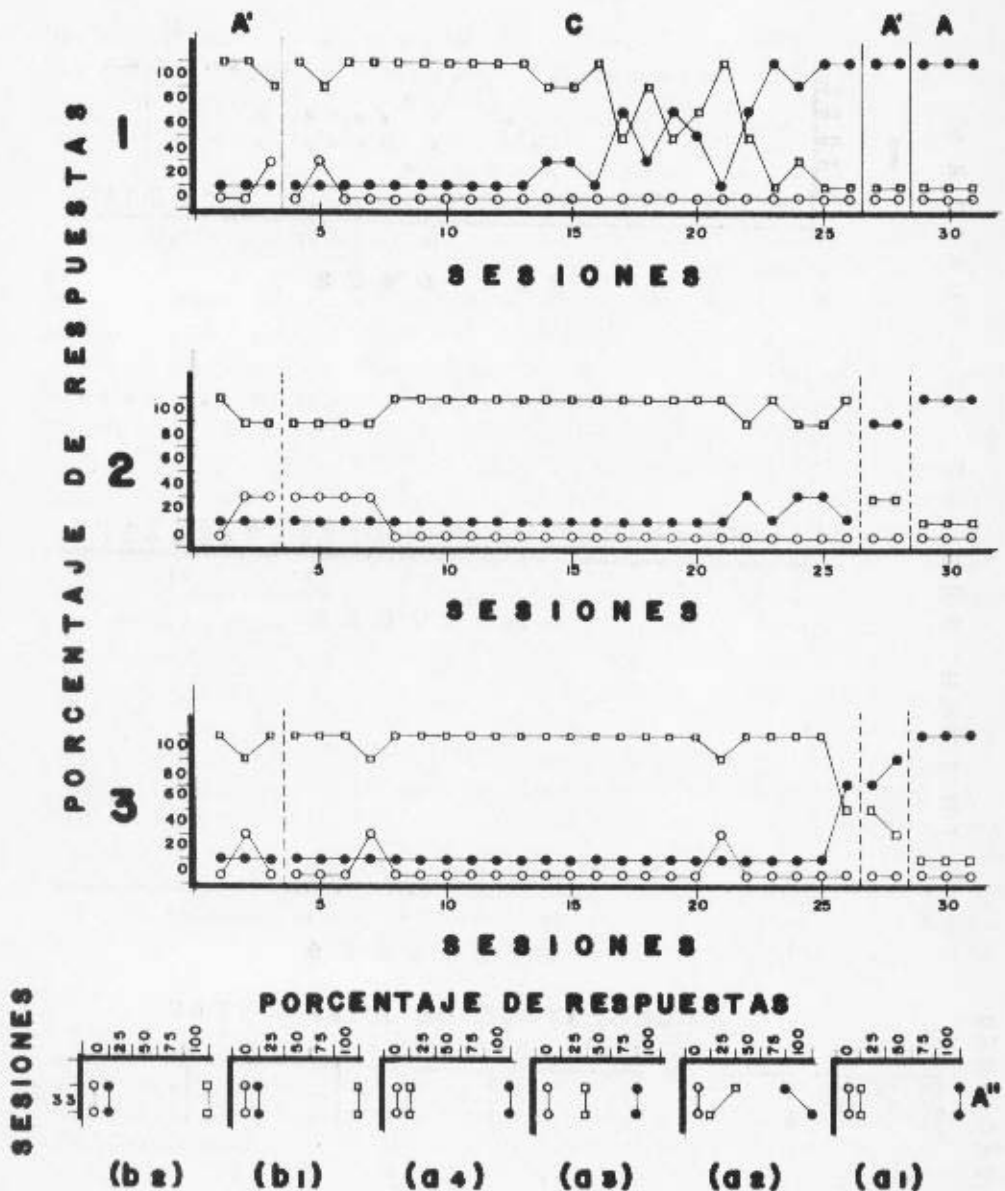


Fig. 4. Porcentajes de respuestas correctas (—), incorrectas (○) y de omisión (□) del sujeto 4 ante los siguientes tipos de suma (de formato horizontal): de dos filas con dos (1), tres (2) y cuatro (3) columnas de dígitos. En las fases A'-C'A' fueron sumas que sí requerían llevar, y en la fase A no requerían llevar. En la fase A'' (sumas de formato vertical), las sumas que no requerían llevar fueron de una columna con tres dígitos (a1), dos columnas con tres (a2) y cuatro (a3) filas de dígitos; además, las de una columna con tres dígitos (a4) cuya suma era mayor de 10. Las sumas que sí requerían llevar fueron las de dos columnas con tres (b1) y cuatro (b2) filas de dígitos.

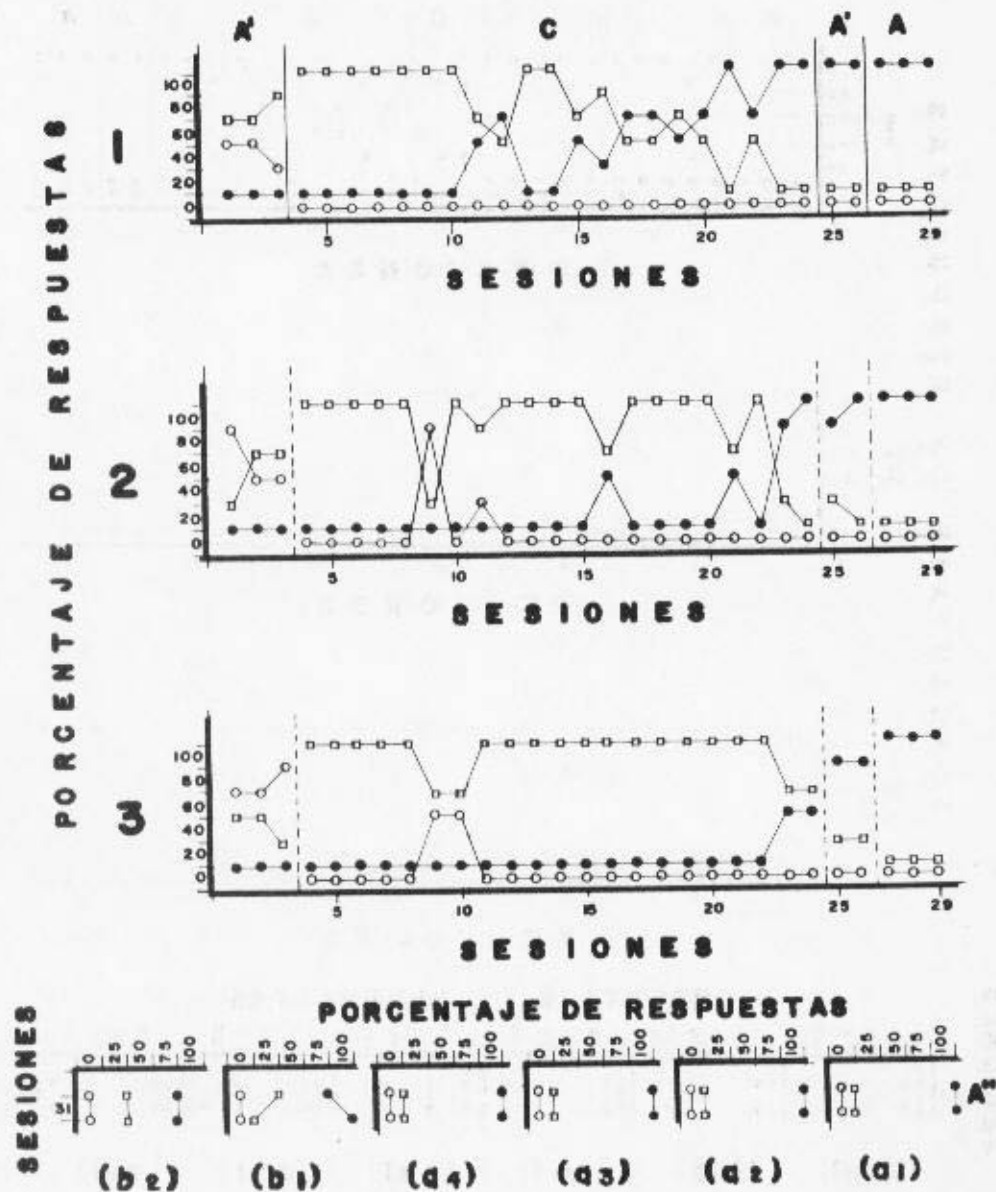


Fig. 5. Porcentajes de respuestas correctas ( — ), incorrectas ( - - - ) y de omisión ( ··· ) del sujeto 5 ante los siguientes tipos de sumas (de formato horizontal): de dos filas con (1), tres (2) y cuatro (3) columnas de dígitos. En las fases A'-C-A', fueron sumas que sí requerían llevar, y en la fase A no requerían llevar. En la fase A'' (sumas de formato vertical) las sumas que no requerían llevar fueron de una columna con tres dígitos (a1), dos columnas con tres (a2), y cuatro (a3) filas de dígitos; además, las de una columna con tres dígitos (a4) cuya suma era mayor de 10. Las sumas que sí requerían llevar fueron las de dos columnas con tres (b1) y cuatro (b2) filas de dígitos.

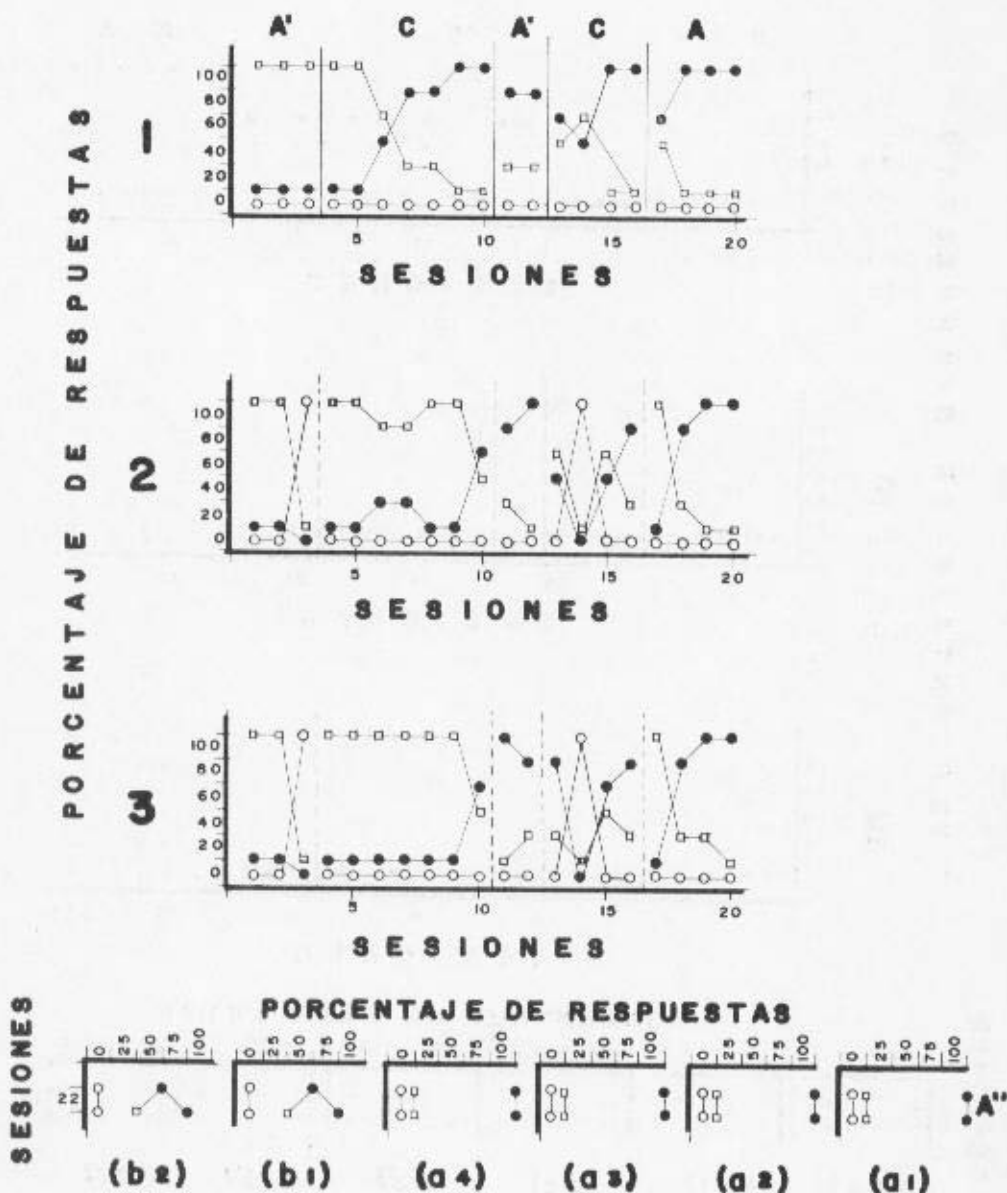


Fig. 6. Porcentajes de respuestas correctas (—), incorrectas (---) y de omisión (---) del sujeto 6 ante los siguientes tipos de sumas (de formato horizontal): de dos dígitos con dos (1), tres (2) y cuatro (3) columnas. En las fases A'-C-A' fueron sumas que si requerían llevar, y en la fase A no requerían llevar. En la fase A'' (sumas de formato vertical), las sumas que no requerían llevar fueron de un columna con tres dígitos (a1), dos columnas con tres (a2) y cuatro (a3) filas de dígitos; además, las de una columna con tres dígitos (a4) cuya suma era mayor de 10. Las sumas que sí requerían llevar fueron las de dos columnas con tres (b1) y cuatro (b2) filas de dígitos.



superior de cada columna y termina con el último dígito de la misma. La cadena de respuestas implicadas en la suma de cada columna se repite con la siguiente y así sucesivamente hasta terminar con la operación; el resultado de cada columna no afecta a la que le sigue y en este sentido son independientes entre sí.

En las sumas que sí requieren llevar, el resultado de una columna sí afecta a la que le sigue y, en cierto modo, son interdependientes. La cadena de respuestas es más larga precisamente por la inclusión de la respuesta de llevar.

Nótese que la respuesta de llevar requiere del manejo discriminado de los resultados de cada columna. Por ejemplo en la operación 87, el

$$\begin{array}{r} + 65 \\ \hline 152 \end{array}$$

niño debe escribir 2 debajo de la primera columna y llevar 1 a la suma de los dígitos de la columna siguiente, y escribir el resultado de ésta (15) en su integridad dado que no hay otra columna a la cual llevar esta nueva decena.

Así pues, los componentes estímulo adicionales en las sumas que requieren llevar son: a) un resultado con más de un dígito en una o más de las columnas; y b) la ausencia o presencia de otra columna más a la izquierda de la columna que acaba de sumar.

Los componentes de respuesta adicionales en este mismo tipo de sumas son: a) la adición del número o números que se llevan a sumar a la siguiente columna de la izquierda, y b) la escritura de más de un dígito como resultado de la suma de la última columna de la izquierda.

Con excepción de estos componentes adicionales de estímulo y de respuesta, la cadena implicada en la realización de sumas que no requieren llevar es la misma para las que sí lo requieren. Esto explica por qué los sujetos del segundo grupo tuvieron una precisión muy alta en las sumas que no requerían llevar antes de que se les diera alguna instrucción específica al respecto.

Un aspecto interesante de los resultados fue la no reversibilidad de la ejecución de los sujetos cuando se administraron por segunda vez los procedimientos de línea base (A y A'). Evidentemente, una vez que el sujeto aprendía a resolver una clase de operación, la precisión de su respuesta se mantenía bastante alta. Por otra parte, nótese que jamás se retroalimentó al sujeto con respecto a su ejecución en los problemas que seguían al periodo de instrucción. Como se recordará, el sujeto los resolvía bajo las mismas condiciones de línea base.

En resumen, los resultados de este estudio confirmaron: a) la identificación de dos clases de respuestas aritméticas de suma: las que requieren llevar dígitos a sumar de una columna a otra, y las que no lo requieren; b) la generalización de respuestas correctas dentro de la misma clase; y c) demostraron la generalización entre clases de respuesta, pero sólo en una dirección: de las que requieren llevar a las que no lo requieren.

## REFERENCIAS

- De la Garza, J. *Genera Sumas*. Programa de Computadora en Lenguaje COBOL, México: Archivo de "Lógica, S. A.", 1976.
- Ferster, C. B. y Hammer, E. E., Jr. Síntesis de los Componentes de la conducta aritmética. En: Honig, W. K. (Ed.), *Conducta Operante: Investigaciones y Aplicaciones*. México: Ed. Trillas, 1975. Pp. 740-797.
- Flavell, J. H. *La Psicología Evolutiva de Jean Piaget*. Buenos Aires: Ed. Paidós, 1971.
- García, V., Lugo G. y Lovitt, T. C. Análisis Experimental de la generalización de respuestas en problemas aritméticos de suma. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 1976, 2, Pp. 54-57.
- Lovitt, T. C. y Curtiss, K. A. Effects of manipulating an antecedent event on mathematics response rate. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 1968, 1, 329-333.
- Lovitt, T. C. and Esveldt, K. A. The relative effects on math performance of single versus multiple ratio schedules: a case study. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 1970, 3, Pp. 261-270.
- Parsons, J. A. The reciprocal modification of arithmetic behavior and program development. En: G. Semb (Ed.), *Behavior Analysis and Education*. Lawrence, Kansas: The University of Kansas Support and Development Center for Follow Through, 1972. Pp. 185-199.
- Parsons, J. A. Conditioning precurrent (problem-solving) behavior of children. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 1976, 2, Pp. 190-206.
- Resnick, L. B., Wang, M. C. and Kaplan, J. Task analysis in curriculum design: A hierarchically sequenced introductory mathematics curriculum. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 1973, 6, Pp. 679-710.
- Schoenfeld W. N., Cole, B. K. and Sussman, D. M. Observations on early Mathematical behavior among children: "counting". *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 1976, 2, Pp. 176-789.
- Skinner, B. F. *Verbal Behavior*. New York, N. Y.: Appleton Century Crofts, 1957.
- Smith D. and Lovitt, T. C. The use of modelling technique to influence the acquisition of computational arithmetic skills in learning disabled children. En: E. Ramp y G. Semb (Eds.), *Behavior Analysis: Areas of Research and Application*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1975.